Formulaire de Mathématiques - ECG1

Sommes usuelles

Nom	Formule
Somme arithmétique	$\sum_{k=1}^{n} k = \frac{n(n+1)}{2}$
Somme des carrés	$\sum_{k=1}^{n} k^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$
Somme des cubes	$\sum_{k=1}^{n} k^3 = \left(\frac{n(n+1)}{2}\right)^2$
Somme géométrique (partant de 0)	$\sum_{k=0}^{n} q^k = \frac{1-q^{n+1}}{1-q} \quad (q \neq 1)$
Somme géométrique (partant de 1)	$\sum_{k=1}^{n} q^k = \frac{q(1-q^n)}{1-q} = \frac{q-q^{n+1}}{1-q} \quad (q \neq 1)$
Somme géométrique (partant de p)	$\sum_{k=p}^{n} q^k = \frac{q^p-q^{n+1}}{1-q} \quad (q \neq 1)$

Séries usuelles (convergentes pour $|x| < 1$ sauf exponentielle)

Nom	Formule
Série géométrique	$\sum_{n=0}^{+\infty} x^n = \frac{1}{1-x}$
Série géométrique dérivée	$\sum_{n=1}^{+\infty} nx^{n-1} = \frac{1}{(1-x)^2}$
Série géométrique dérivée (variante)	$\sum_{n=0}^{+\infty} nx^n = \frac{x}{(1-x)^2}$
Série géométrique dérivée seconde	$\sum_{n=2}^{+\infty} n(n-1)x^{n-2} = \frac{2}{(1-x)^3}$
Série géométrique dérivée seconde (variante)	$\sum_{n=0}^{+\infty} n^2x^n = \frac{x(1+x)}{(1-x)^3}$
Série exponentielle ($x \in \mathbb{R}$)	$\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{x^n}{n!} = \mathrm{e}^x$

Dérivées usuelles

Fonction $f(x)$	**Dérivée** $f'(x)$	**Domaine de dérivabilité**
x^n $(n \in \mathbb{N}^*)$	nx^{n-1}	$\mathbb{R}$
x^α $(\alpha \in \mathbb{R})$	$\alpha x^{\alpha-1}$	$\mathbb{R}_+^*$
$\dfrac{1}{x}$	$-\dfrac{1}{x^2}$	$\mathbb{R}^*$
$\sqrt{x}$	$\dfrac{1}{2\sqrt{x}}$	$\mathbb{R}_+^*$
e^x	e^x	$\mathbb{R}$
$\ln(x)$	$\dfrac{1}{x}$	$\mathbb{R}_+^*$
$\sin(x)$	$\cos(x)$	$\mathbb{R}$
$\cos(x)$	$-\sin(x)$	$\mathbb{R}$
$\tan(x)$	$1+\tan^2(x) = \dfrac{1}{\cos^2(x)}$	$\mathbb{R} \setminus \{\frac{\pi}{2} + k\pi,\, k \in \mathbb{Z}\}$
$\arctan(x)$	$\dfrac{1}{1+x^2}$	$\mathbb{R}$

Primitives usuelles

Fonction $f(x)$	**Primitive** $F(x)$	**Intervalle**
x^n $(n \in \mathbb{N})$	$\dfrac{x^{n+1}}{n+1}$	$\mathbb{R}$
x^α $(\alpha \neq -1)$	$\dfrac{x^{\alpha+1}}{\alpha+1}$	$\mathbb{R}_+^*$
$\dfrac{1}{x}$	$\ln\lvert x\rvert$	$\mathbb{R}_+^*$ ou $\mathbb{R}_-^*$
$\dfrac{1}{x^2}$	$-\dfrac{1}{x}$	$\mathbb{R}_+^*$ ou $\mathbb{R}_-^*$
$\dfrac{1}{\sqrt{x}}$	$2\sqrt{x}$	$\mathbb{R}_+^*$
e^x	e^x	$\mathbb{R}$
$\sin(x)$	$-\cos(x)$	$\mathbb{R}$
$\cos(x)$	$\sin(x)$	$\mathbb{R}$
$\tan(x)$	$-\ln\lvert\cos(x)\rvert$	$]-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}[$
$\dfrac{1}{\cos^2(x)}$	$\tan(x)$	$]-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}[$
$\dfrac{1}{\sin^2(x)}$	$-\dfrac{1}{\tan(x)}$	$]0, \pi[$
$\dfrac{1}{1+x^2}$	$\arctan(x)$	$\mathbb{R}$

Formules de trigonométrie

Valeurs remarquables

x	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$
$\cos(x)$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0
$\sin(x)$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
$\tan(x)$	0	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	1	$\sqrt{3}$	–

Formules fondamentales

Relation fondamentale	
$\cos^2(x) + \sin^2(x) = 1$	
Formules d'addition	
$\cos(a+b) = \cos a \cos b - \sin a \sin b$	$\cos(a-b) = \cos a \cos b + \sin a \sin b$
$\sin(a+b) = \sin a \cos b + \cos a \sin b$	$\sin(a-b) = \sin a \cos b - \cos a \sin b$

On peut en déduire les formules suivantes :

Formules de duplication	
$\cos(2a) = \cos^2 a - \sin^2 a = 2\cos^2 a - 1 = 1 - 2\sin^2 a$	
$\sin(2a) = 2\sin a \cos a$	
$\tan(2a) = \dfrac{2\tan a}{1 - \tan^2 a}$	
Formules de linéarisation - Transformation de produits en sommes	
$\cos^2(x) = \dfrac{1+\cos(2x)}{2}$	$\sin^2(x) = \dfrac{1-\cos(2x)}{2}$
$\cos a \cos b = \dfrac{1}{2}\left[\cos(a-b) + \cos(a+b)\right]$	
$\sin a \sin b = \dfrac{1}{2}\left[\cos(a-b) - \cos(a+b)\right]$	
$\sin a \cos b = \dfrac{1}{2}\left[\sin(a+b) + \sin(a-b)\right]$	

Il existe aussi les formules de factorisation (transformation de sommes en produits) qui sont les inverses des formules de linéarisation, mais elles sont moins utilisées et vous serez guidés pour les utiliser si besoin.

Parité et périodicité

	Parité	**Période**
cos	paire : $\cos(-x) = \cos(x)$	2π
sin	impaire : $\sin(-x) = -\sin(x)$	2π
tan	impaire : $\tan(-x) = -\tan(x)$	π

Angles associés

	$\pi - x$	$\pi + x$	$\frac{\pi}{2} - x$
cos	$-\cos(x)$	$-\cos(x)$	$\sin(x)$
sin	$\sin(x)$	$-\sin(x)$	$\cos(x)$