Semaine 17

Programme de colles Semaine du 2 Mars

Les exercices de colle porteront sur les chapitres suivants :

- Primitives et intégrales de fonctions continues sur un segment.
  - Les fonctions continues sont primitivables, les primitives diffèrent d'une constante.
  - Linéarité de la primitivation
  - Formulaire sur les primitives classiques à connaître
  - Lien entre primitive et intégrale
  - Relation de Chasles
  - Positivité, croissance, inégalité de Jensen
  - Intégration par parties (on précisera bien que les fonctions u et v sont $\mathcal{C}^1$ sur l'intervalle)
  - Changement de variable (idem, attention aux hypothèses)
  - Sommes de Riemann
- Espaces vectoriels : dimension, somme directe, supplémentaires.
  - Extraction de base et théorème de la base incomplète.
  - Lien entre dimension, famille libre et famille génératrice
  - Inclusion d'EV et dimension
  - Rang d'une famille de vecteurs
  - Somme d'EV est un EV
  - Somme directe ssi $F \cap G = \{0_E\}$
  - Bases, somme et formule de Grassmann
  - Espaces supplémentaires, caractérisation des espaces supplémentaires
  - Exemple des matrices symétriques/antisymétriques
- Étude asymptotique de suites.
  - Croissances comparées
  - Petit o, équivalence, lien entre les deux et propriétés de l'équivalence
  - **Équivalents usuels** à connaître absolument!
  - Opérations usuelles sur les équivalents
- Séries numériques.
  - Définition, nature d'une série, combinaison linéaire.
  - Reste d'une série
  - Si $\sum u_n$ converge alors $u_n \to 0$. Attention seulement une implication (contre-exemple $\frac{1}{n}$)
  - Séries à termes positifs : critères de convergence, absolue convergence.
  - Séries de référence : Séries géométrique et dérivées géométrique, de Riemann
  - Exemples d'étude , en particulier **comparaison série intégrale**

Les preuves de colle à connaître sont :

- Proposition 3 : si $E \subset F$ alors $\dim E \leq \dim F$ (avec E et F de dim finie). Si de plus $\dim E = \dim F$ alors $E = F$.
- $F \oplus G$ si et seulement si $F \cap G = \{0_E\}$
- Si $\sum u_n$ converge alors $u_n \to 0$. La réciproque n'est pas vraie (contre exemple)
- Comparaison des séries à terme général positif : tout citer + démo avec $u_n \leq v_n$ APCR
- Une série absolument convergente est convergente
- Au choix du colleur : série géométrique, géométrique dérivée (première, connaître la formule pour dérivée seconde) et Riemann.

Prochain programme : Plus d'exos sur les séries. Applications linéaires.