Semaine 18

Programme de colle Semaine du 9 Mars

Les exercices de colle porteront sur les chapitres suivants :

- Étude asymptotique de suites.
  - Croissances comparées
  - Petit o, équivalence, lien entre les deux et propriétés de l'équivalence
  - **Équivalents usuels** à connaître absolument!
  - Opérations usuelles sur les équivalents
- Séries numériques.
  - Définition, nature d'une série, combinaison linéaire.
  - Reste d'une série
  - Si $\sum u_n$ converge alors $u_n \to 0$. Attention seulement une implication (contre-exemple $\frac{1}{n}$)
  - Séries à termes positifs : critères de convergence, absolue convergence.
  - Séries de référence : Séries géométrique et dérivées géométrique, de Riemann
  - Exemples d'étude , en particulier **comparaison série intégrale**
- Applications linéaires (On a tout fait mais assez peu d'exercices)
  - Définition, si f est linéaire $f(0_E) = 0_F$
  - Stabilité par combinaison linéaires, composition, passage à l'inverse.
  - Définition du noyau, lien avec l'injectivité
  - Définition de l'image. Attention à ne pas confondre les deux. Savoir étudier les égalités d'ensembles par double inclusion sur ces deux objets.
  - Un espace de dimension n est isomorphe à $\mathcal{M}_{n,1}(\mathbb{R})$. (preuve pas faite, on la fait lundi)
  - Projecteurs : définition avec noyau et image supplémentaire, propriété équivalente ($p \circ p = p$), savoir faire un dessin pour expliquer ce dont on parle.

En plus des preuves ci-dessous, chaque élève doit citer un équivalent usuel. Les preuves de colle à connaître sont :

- Si $\sum u_n$ converge alors $u_n \to 0$. La réciproque n'est pas vraie (contre exemple)
- Comparaison des séries à terme général positif : tout citer + démo avec $u_n \leq v_n$ APCR
- Une série absolument convergente est convergente
- Au choix du colleur : série géométrique, géométrique dérivée (première, connaître la formule pour dérivée seconde) et Riemann.
- Exemple du cours : Déterminer la nature de la série

$$\sum_{n\geq 2} \frac{1}{n \ln n}.$$

- La composition de deux morphismes (i.e. applications linéaires) est un morphisme.
- Si $f \in \mathcal{L}(E, F)$ est bijective, alors f^{-1} est linéaire.

Prochain programme : Probabilités générales, probabilités dicrètes à support infini.