Semaine 19

Programme de colle Semaine du 16 Mars

Les exercices de colle porteront sur les chapitres suivants :

- Séries numériques.
  - Définition, nature d'une série, combinaison linéaire.
  - Reste d'une série
  - Si $\sum u_n$ converge alors $u_n \to 0$. Attention seulement une implication (contre-exemple $\frac{1}{n}$)
  - Séries à termes positifs : critères de convergence, absolue convergence.
  - Séries de référence : Séries géométrique et dérivées géométrique, de Riemann
  - Exemples d'étude , en particulier **comparaison série intégrale**
- Applications linéaires
  - Définition, si f est linéaire $f(0_E) = 0_F$
  - Stabilité par combinaison linéaires, composition, passage à l'inverse.
  - Définition du noyau, lien avec l'injectivité
  - Définition de l'image. Attention à ne pas confondre les deux. Savoir étudier les égalités d'ensembles par double inclusion sur ces deux objets.
  - Un espace de dimension n est isomorphe à $\mathcal{M}_{n,1}(\mathbb{R})$.
  - Projecteurs : définition avec noyau et image supplémentaire, propriété équivalente ($p \circ p = p$), savoir faire un dessin pour expliquer ce dont on parle.
- Probabilités générales. *Dans ce chapitre je veux qu'une attention particulière soit portée aux objets : une probabilité n'est pas égale à un ensemble, on ne peut pas faire une somme d'ensemble ni une union de probabilités.*
  - Lois de morgan, union et intersection dénombrables
  - Définition d'une tribu, d'un SCE
  - Définition d'une probabilité et propriétés
  - Théorème de la limite monotone, corollaire et utilisation.
  - Comme en support fini : probas conditionnelles, probas totales (ici pas besoin de vérifier dans les exos que la série converge on le sait!) et formule de Bayes, indépendance de VA

Les preuves de colle à connaître sont :

- Exemple du cours : Déterminer la nature de la série
$$\sum_{n\geq 2} \frac{1}{n \ln n}.$$
- La composition de deux morphismes (i.e. applications linéaires) est un morphisme.
- Si $f \in GL(E,F)$, alors $f^{-1} \in GL(F,E)$.
- $\operatorname{Ker} f$ et $\operatorname{Im} f$ sont des SEV + Une application linéaire est injective ssi son noyau est réduit à $\{0_E\}$
- Probabilité de l'ensemble vide, d'une union finie d'éléments incompatibles.
- Pour les élèves très à l'aise uniquement : limite monotone.

Prochain programme : Variables Aléatoires discrètes infinies, début des AL en dimension finie.