Semaine 2

Programme de colles du 29 Septembre

Ce programme de colle ne contient pas les hypothèses sur k et n dans les propositions. A vous de les compléter!
Les exercices de colle porteront sur les chapitres suivants :

- Chapitre 1. Pack de démarrage. On insistera en particulier sur:
  - Domaine de définition des fonctions
  - Fonctions usuelles, particulièrement fonctions trigo, exp et ln
  - Quantificateurs, négation de propositions logiques, contraposée, preuve d'une proposition contenant $\forall x \cdots$
  - Récurrence. Je veux des belles rédactions bien propres!
  - Factorielles et puissances. Penser à $(n+1)! = (n+1) \times n!$ et $a^{n+1} = a^n \times a$
  - Notation $\sum$ et $\prod$. Méthodes :
    * Glissement d'indice
    * Mettre de côté le premier ou le dernier terme : $\sum_{k=0}^{n+1} a_k = \sum_{k=0}^{n} a_k + a_{n+1}$
    * Écrire $a = a - b + b$ quand on veut faire apparaître $a - b$
  - Sommes classiques : redemander ces formules. A copier si non sues!
    * Somme arithmétique : $\sum_{k=0}^{n} k = \frac{n(n+1)}{2}$, $\sum_{k=i}^{n} k = \frac{(n-i+1)(n+i)}{2}$
    * Somme géométrique : $\sum_{k=0}^{n} q^k = \frac{q^{n+1}-1}{q-1}$, $\sum_{k=p}^{n} q^k = \frac{q^{n+1}-q^p}{q-1}$
    * Formule de Bernoulli : $a^n - b^n = (a-b)\sum_{k=0}^{n-1} a^k b^{n-1-k}$
  - Coefficients binomiaux :
    * Formule de Pascal : $\binom{n+1}{k+1} = \binom{n}{k} + \binom{n}{k+1}$
    * Formule du binôme : $(a+b)^n = \sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k} a^k b^{n-k}$

  ,
- Chapitre 2. Ensemble et applications. On insistera en particulier sur :
  - Ensembles, prouver une inclusion, théorème de la double inclusion
  - Injections, surjections, bijections. Prouver qu'une application est injective ou/et surjective, trouver l'application réciproque.
- Chapitre 3. Nombres réels et suites réelles
  - Équations, inéquations, tableaux de signes
  - Majorant, minorant, borne sup et inf (savoir prouver qu'un élément est une borne sup ou inf)
  - $\sup_{n\in\mathbb{N}} u_n$ et $\inf_{n\in\mathbb{N}} u_n$
  - Suites croissantes et décroissantes, méthodes d'étude de la monotonie d'une suite
  - Suites récurrentes, suites arithmétiques, suites géométriques et leur somme.
  - Suites arithmético-géométriques : connaître et savoir appliquer la méthode permettant de trouver le terme général.

  - SRL2 : savoir retrouver la forme générale (connaître le théorème et sa preuve dans le cas de racines distinctes, savoir l'appliquer).

Les preuves de colle à connaître sont :

- Les deux démonstrations suivantes sont très similaires. Une au choix de la colleuse :
  - $(a+b)^n = \sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k} a^k b^{n-k}$
  - $a^n - b^n = (a-b) \sum_{k=0}^{n-1} a^k b^{n-1-k}$
- Calculer le terme général d'une suite arithmético-géométrique
- SRL2 : preuve dans le cas où le polynôme caractéristique a deux racines distinctes