Semaine 2

Programme de colles du 21 au 25 Septembre

Les exercices de colle porteront sur les chapitres suivants :

- Formulaire 1. Etude des suites. Liste des résultats :
  - Suites arithmétiques, géométriques, arithmético-géométrique, SRL2. Les formules des sommes aussi.
  - Convergence des suites réelles : définition, pouvoir l'appliquer dans des problèmes (rester simple sur les problèmes sauf pour les bons élèves)
  - Partitionnement pair impair, passage à la limite dans les inégalités, limite monotone, gendarmes, comparaisons suites adjacentes
- Formulaire 2. Fonctions trigo. Tableau des valeurs clasiques, linéarisation, Pythagore.
- Formulaire 3. Fonctions : limite, continuité, dérivabilité. Liste des résultats :
  - Limites : définition, limites usuelles, caractérisation séquentielle de la limite, continuité en un point.
  - Continuité : Comparaisons, limite monotone, valeurs intermédiaires, bornes atteintes, bijection. Savoir utiliser tout ces théorèmes dans des exercices.
  - Dérivation : définition, derivable implique continue, connaître les dérivées usuelles, dérivées somme, composée, fraction, produit,fonction réciproque, théorème de Rolle, TAF, IAF, les corollaires. Passage à la limite sur la dérivée.
- Formulaire 4 : Formules de Taylor et DL.
  - Formules de Taylor : pouvoir redonner les trois sans diificulté, savoir utiliser Taylor-Young pour retrouver des DL. **Attention à bien citer les hypothèses!**
  - Développements limités classiques
- Formulaire 5 : Polynômes.
  - Unicité des coefficients
  - Degré d'un polynôme : somme, produit, composée, dérivée. Intégrité (produit nul implique l'un nul)
  - Division euclidienne : Théorème de la division euclidienne, nombre de racines, ordre de multiplicité d'une racine, théorèmes de factorisation. Savoir faire les calculs de puissance d'une matrice à partir d'un polynôme annulateur.
- Formulaire 6 : Fonctions convexes.
  - Définition
  - Inégalité de Jensen
  - CNS de convexité : pouvoir les utiliser en exercice pour montrer des inégalités.
  - Fonctions convexes et points critiques.
- Compléments d'algèbre linéaire
  - Somme de sous espaces vectoriels, formule de Grassmann si 2 espaces, caractérisation des sommes directes et (in)égalités sur les dimensions, espaces supplémentaires, liens avec les bases

- Matrices et applications linéaires : définition, coordonnées de $f(x)$ sont AX, dimension de $\mathcal{L}(E,F)$, matrice de changement de bases et formules de changement de base (voir question cours).
- Matrices semblables, lien avec le rang, cas particulier I_n et projecteurs, lien avec la trace (attention aux implications pas équivalences!)
- Polynômes d'endomorphismes/ matrices :
  - Puissances, puissance des matrices particulières, nilpotence, Binôme et Bernoulli, puissance de matrices semblables.
  - Polynômes : Commutativité, polynômes et matrices semblables.
  - Polynômes annulateurs : existence d'un polynôme annulateur en dimension finie, lien avec l'inverse, lien avec le déterminant pour les matrices 2x2.
- **Attention on n'a pas encore fait les suites de matrices, je ferais plus tard dans l'année (normalement si j'ai le temps en révisions).**

Au choix : soit une preuve de cours soit redonner un résultat de ci-dessus (avec hypothèses) et refaire bien et vite l'un des exercices suivants :

- Exercice 1.6 TD0
- Exercice 2.7 TD0
- Exercice 1.20 TD1
- Exercice 1.29 TD1
- La somme $\sum_{i=1}^{p} F_i$ est directe si, et seulement si : $\forall (x_1,\dots,x_p) \in F_1 \times \cdots \times F_p, \quad x_1 + \cdots + x_p = 0_E \quad \Rightarrow \quad x_1 = x_2 = \cdots = x_p = 0_E$.
- Pouvoir redonner puis démontrer les formules **en précisant bien les différents éléments** $X = PX'$ et $A' = P^{-1}AP$