Semaine 3

Programme de colles du 28 au 32 Septembre

Les exercices de colle porteront sur les chapitres suivants :

- Compléments d'algèbre linéaire
  - Somme de sous espaces vectoriels, formule de Grassmann si 2 espaces, caractérisation des sommes directes et (in)égalités sur les dimensions, espaces supplémentaires, liens avec les bases
  - Matrices et applications linéaires : définition, coordonnées de $f(x)$ sont AX, dimension de $\mathcal{L}(E,F)$, matrice de changement de bases et formules de changement de base (voir question cours).
  - Matrices semblables, lien avec le rang, cas particulier I_n et projecteurs, lien avec la trace (attention aux implications pas équivalences!)
  - Polynômes d'endomorphismes/ matrices :
    - Puissances, puissance des matrices particulières, nilpotence, Binôme et Bernoulli, puissance de matrices semblables.
    - Polynômes : Commutativité, polynômes et matrices semblables.
    - Polynômes annulateurs : existence d'un polynôme annulateur en dimension finie, lien avec l'inverse, lien avec le déterminant pour les matrices 2x2.
  - **Attention on n'a pas encore fait les suites de matrices, je ferais plus tard dans l'année (normalement si j'ai le temps en révisions).**
- Formulaire somme et séries
- Formulaire Algèbre linéaire
- Familles sommables, variables aléatoires discrètes
  - Somme doubles finies, somme sur les lignes et sur les colonnes, somme sur un triangle
  - Séries doubles :
    - Ensemble dénombrable infini, familles indexées sur un ensemble dénombrable infini
    - Famille sommable
    - **Sommation par paquets, Fubini, Sommation suivant les diagonales.**
    - Produit de deux séries absolument convergentes
  - Moments d'une variable
    - Espérance, et tous les théorèmes y compris : linéarité, domination, croissance et transfert.
    - Moments d'ordre supérieur, variance, théorème d'existence et KH
  - Espérance totale :
    - Loi de X sachant A
    - Espérance conditionnelle sachant A
    - Espérance totale

Au choix : soit une preuve de cours soit redonner un résultat de ci-dessus (avec hypothèses) et refaire bien et vite l'un des exercices suivants :

- Exercice 1.20 TD1

- Exercice 1.29 TD1
- La somme $\sum_{i=1}^{p} F_i$ est directe si, et seulement si : $\forall (x_1, \ldots, x_p) \in F_1 \times \cdots \times F_p, \quad x_1 + \cdots + x_p = 0_E \quad \Rightarrow \quad x_1 = x_2 = \cdots = x_p = 0_E$.
- Pouvoir redonner puis démontrer les formules **en précisant bien les différents éléments** $X = PX'$ et $A' = P^{-1}AP$
- Si X admet un moment d'ordre r alors pour $s \leq r$ on a X admet un moment d'ordre $s+1$ calcul au choix de l'exercice 1.14 et 1.15 (TD2)
- 1 calcul au choix de l'exercice 1.14 et 1.15 (TD2) + Espérance totale. On n'a fait que la preuve dans les cas finis en classe, mais bonus pour les bons élèves si ils font la preuve en version infini dénombrable (à chercher à la maison)

Prochain chapitre : Valeurs propres et diagonalisation.