Semaine 5

Programme de colles du 12 au 16 Octobre

Les exercices de colle porteront sur les chapitres suivants :

- Familles sommables, variables aléatoires discrètes
  - Somme doubles finies, somme sur les lignes et sur les colonnes, somme sur un triangle
  - Séries doubles :
    - Ensemble dénombrable infini, familles indexées sur un ensemble dénombrable infini
    - Famille sommable
    - **Sommation par paquets, Fubini, Sommation suivant les diagonales.**
    - Produit de deux séries absolument convergentes
  - Moments d'une variable
    - Espérance, et tous les théorèmes y compris : linéarité, domination, croissance et transfert.
    - Moments d'ordre supérieur, variance, théorème d'existence et KH
  - Espérance totale :
    - Loi de X sachant A
    - Espérance conditionnelle sachant A
    - Espérance totale
- Réduction des endomorphismes/matrices
  - Définitions Valeur propre, vecteur propre, spectre, sous espace propre
  - lien entre $\lambda \in \mathrm{Sp}(f)$ et $f - \lambda Id$
  - Deux matrices semblables ont même spectre et des espaces propres de même dimension, A et ${}^tA$ aussi
  - Cas des matrices 2x2, des matrices triangulaires, des projecteurs
  - Lien entre valeurs propres et polynômes, les valeurs propres sont des racines de tout polynôme annulateur (réciproque fausse!)
  - Méthodes de recherche d'éléments propres
  - Sous espaces propres stables pour endo qui commutent
  - Polynômes d'interpolation de Lagrange, une somme d'espaces propres est directe, somme des dim des espaces propres $\leq \dim(E)$, cas n valeurs propres distinctes (diagonalisation)
  - Définition de matrice/endo diagonalisable, conditions nécessaires et suffisantes (base de vecteurs propres, somme des dim $= n$)
  - trace d'une matrice diagonalisable, méthodes de diagonalisation

Au choix : soit une preuve de cours soit redonner un résultat de ci-dessus (avec hypothèses) et refaire bien et vite l'un des exercices suivants :

- Exercice 27 TD 2 (loi géométrique sans mémoire)
- Exercice 34 TD 2 (fonction génératrice)
- Propriété 11 et 12 : lien entre vecteur propre et polynôme d'endomorphisme + les valeurs propres sont parmis les racines de tout polynôme annulateur.

- Si deux matrices A et A' sont semblables alors elles ont les mêmes valeurs propres et des espaces propres de même dimension.
- Propriété 15 : une somme d'espaces propres est directe.
- Savoir diagonaliser la matrice de la page 22 et se servir du résultat pour calculer A^n.

Semaine prochaine : Intégrales généralisées et variables aléatoires continues.