Semaine 6

Programme de colles du 9 au 13 Novembre

Les exercices de colle porteront sur les chapitres suivants :

- Réduction des endomorphismes/matrices
  - Définitions Valeur propre, vecteur propre, spectre, sous espace propre
  - lien entre $\lambda \in \mathrm{Sp}(f)$ et $f - \lambda Id$
  - Deux matrices semblables ont même spectre et des espaces propres de même dimension, A et ${}^tA$ aussi
  - Cas des matrices 2x2, des matrices triangulaires, des projecteurs
  - Lien entre valeurs propres et polynômes, les valeurs propres sont des racines de tout polynôme annulateur (réciproque fausse!)
  - Méthodes de recherche d'éléments propres
  - Sous espaces propres stables pour endo qui commutent
  - Polynômes d'interpolation de Lagrange, une somme d'espaces propres est directe, somme des dim des espaces propres $\leq \dim(E)$, cas n valeurs propres distinctes (diagonalisation)
  - Définition de matrice/endo diagonalisable, conditions nécessaires et suffisantes (base de vecteurs propres, somme des dim $= n$)
  - trace d'une matrice diagonalisable, méthodes de diagonalisation
- Variables à densité
  - Fonction de répartition, variable à densité
  - Densité d'une variable aléatoire continue, savoir montrer qu'une fonction est une densité, lien entre densité et $P(b \leq X \leq a)$.
  - Variable fonction d'une variable à densité, savoir étudier la nouvelle fonction de répartition et trouver si elle existe sa densité
  - Espérance d'une variable à densité définition et propriétés
  - Théorème du transfert, linéarité de l'espérance, savoir utiliser le transfert pour calculer des espérances
  - Moments d'ordre supérieur, en particulier variance, Koenig-Huygens
  - Lois usuelles : à chaque fois connaître la fonction de répartition la densité l'allure de la courbe et espérance et variance
    * Loi uniforme
    * Loi exponentielle. La loi exponentielle est sans mémoire.

    Les lois normales et gamma n'ont pas encore été vues en cours, mais je demande aux élèves de les regarder de leur côté pendant les vacances.

Au choix : soit une preuve de cours soit redonner un résultat de ci-dessus (avec hypothèses) et refaire bien et vite l'un des exercices suivants :

- Propriété 11 et 12 : lien entre vecteur propre et polynôme d'endomorphisme + les valeurs propres sont parmi les racines de tout polynôme annulateur.
- Si deux matrices A et A' sont semblables alors elles ont les mêmes valeurs propres et des espaces propres de même dimension.

- Propriété 15 : une somme d'espaces propres est directe.
- Savoir diagonaliser la matrice de la page 22 et se servir du résultat pour calculer A^n.
-
- Lois exponentielle et uniforme : définition, espérance et variance
- pour les élèves plus à l'aise : la loi est exponentielle ssi elle est sans mémoire. Voir TD.

Semaine prochaine : Intégrales généralisées et variables aléatoires continues.