Semaine 15

Programme de colles Semaine du 10/02

Les exercices de colle porteront sur les chapitres suivants :

- Variables aléatoires finies.
  - Définition, évènements associés à une VA, SCE des $[X = x_k]$
  - Loi d'une VA, calculs explicites de lois de VA
  - Lois classiques : Bernoulli, uniforme, binomiale
  - Somme de VA
  - Espérance d'une VA, espérance des lois classiques, théorème de transfert et linéarité de l'espérance
  - Variance d'une VA, variance des lois usuelles, d'une loi constante (et réciproque).
- Primitives et intégrales de fonctions continues sur un segment.
  - Les fonctions continues sont primitivables, les primitives diffèrent d'une constante.
  - Linéarité de la primitivation
  - Formulaire sur les primitives classiques à connaître
  - Lien entre primitive et intégrale
  - Relation de Chasles
  - Positivité, croissance, inégalité de Jensen
  - Intégration par parties et changement de variable
  - Sommes de Riemann
- Espaces vectoriels : dimension, somme directe, supplémentaires. On n'a pas encore fait les sommes de k SEV
  - Extraction de base et théorème de la base incomplète.
  - Lien entre dimension, famille libre et famille génératrice
  - Inclusion d'EV et dimension
  - Rang d'une famille de vecteurs
  - Somme d'EV est un EV
  - Somme directe ssi $F \cap G = \{0_E\}$
  - Bases, somme et formule de Grassmann
  - Espaces supplémentaires, caractérisation des espaces supplémentaires
  - Exemple des matrices symétriques/antisymétriques

Les preuves de colle à connaître sont :

- Linéarité de l'espérance : seulement pour les élèves les plus à l'aise
- Positivité de l'intégrale et intégrale positive, croissance de l'intégrale, inégalité de Jensen.
- Une fonction positive d'intégrale nulle est nulle.
- Proposition 3 : si $E \subset F$ alors $\dim E \leq \dim F$ (avec E et F de dim finie). Si de plus $\dim E = \dim F$ alors $E = F$.
- $F \oplus G$ si et seulement si $F \cap G = \{0_E\}$

Prochain programme : Complément sur les espaces vectoriels