Semaine 26

Programme de colle Semaine du 26 Mai

Les exercices de colle porteront sur les chapitres suivants :

- Variables aléatoires discrètes. *Faire bien attention à ne pas manipuler des séries jusqu'à $+\infty$ mais bien passer à la limite dans les calculs. Faire attention à bien vérifier l'existence de la variance et de l'espérance pour les variables aléatoires infinies.*
  - La famille des $([X = x_k])_{x_k \in X(\Omega)}$ est un SCE (et donc la somme des probas fait 1).
  - Loi d'une VA, rappel des lois classiques, loi géométrique et loi de Poisson.
  - Variables indépendantes (en pratique, on sait généralement reconnaître l'indépendance grâce à l'énoncé)
  - Fonction de répartition. Pouvoir faire des représentations de F_X. Propriété : croissante, continue à droite, limites, elle caractérise la VA.
  - Espérance. Définition cas dénombrable, cas de géométrique et Poisson, transfert, linéarité, existence par domination.
  - Variance. König-Huygens (attention à l'orthographe!), $V(aX + b)$, variance des lois classiques
- Couples de VA
  - Définition, Système complet lié à un couple, loi conjointe et lois marginales. Savoir faire des tableaux dans le cas fini.
  - Loi conditionnelle, indépendance
  - Loi de la somme, cas particulier d'une somme de lois de Poisson, stabilité de la binomiale (pas par le calcul)
  - Loi du maximum et loi du minimum de deux VA
  - Théorème du transfert et ses applications : linéarité de l'espérance (cas fini), espérance du produit, V(X+Y) où X et Y admettent une variance, variance d'une binomiale.
- Convergence et approximation en probabilités. Aucun exercice n'a été fait sur ce chapitre, vous pouvez en mettre qui utilisent très basiquement les résultats du cours.
  - Inégalité de Markov
  - Inégalité de Bienaymé-Tchebytchev
  - Loi faible des grands nombres
  - La loi de Poisson est une limite de lois biomiales
- Vecteurs propres, valeurs propres, diagonalisation. Jusqu'à recherche d'éléments propres (peu d'exercices fait sur la recherche d'éléments propres mais nous ferons lundi)
  - Savoir trouver la matrice d'une application linéaire avec les bases de l'espace de départ et d'arrivée données, formule $Y = AX$ pour $y = f(x)$.
  - Matrice de passage, inverse de $P_{B,B'}$, formule $X = P_{B,B'}X'$.
  - Matrices semblables et formule $A' = P_{B,B'}^{-1} A P_{B,B'}$
  - λ valeur propre de f ssi il existe $u \neq 0_E$ tel que $f(u) = \lambda u$. u est alors un vecteur propre. Spectre, espace propre $E_\lambda(f)$.
  - Caractérisation des valeurs propres d'un endomorphisme. **A connaître par cœur!!!**
  - Cas de la valeur propre 0

- Mêmes résultats sur les matrices
- Deux matrices semblables ont les mêmes valeurs propres et des espaces propres de même dimension
- A et ${}^tA$ ont mêmes valeurs propres et mêmes dimensions d'espaces propres.
- Pour les matrices 2x2: $\lambda \in \mathrm{Sp}(A) \Leftrightarrow \lambda$ racine de $x^2 - Tr(A)x + \det(A)$
- Cas des matrices triangulaires
- Utilisation des polynômes annulateurs: Si P est annulateur de f alors les valeurs propres de f sont **parmi** les racines de P.
- Attention cas général pas encore traité (on e fera lundi) donc pour l'instant il faut être sympa sur les exos de recherche de vp.

Les preuves de colle à connaître sont nombreuses cette semaine:

- Markov + BT + énoncer la loi faible des grands nombres (on pourra raccourcir selon la vitesse de l'élève)
- Convergence de binomiales vers Poisson
- Formules de changement de base : vecteurs puis matrices
- Polynomes annulateurs et vp : Proposition 11 puis 12.

Pas de colles la semaine du 2 juin (concours blanc) puis on aura à peu près le même programme de colles avec en plus la fin du chapitre sur les valeurs propres. Je ferai ensuite encore un chapitre rapide sur la diagonalisation, mais ensuite probablement des révisions, où les colles porteront sur tout ce qui a été vu pendant l'année au choix du colleur.