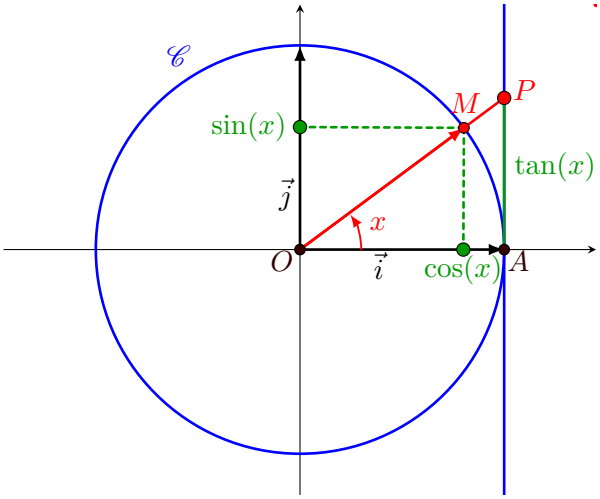
Formulaire

Fonctions trigonométriques

Disclaimer : ces fiches ne remplacent pas la connaissance du cours vu en ECG1. Ce sont des synthèses à utiliser comme outil de révision.

Définition.

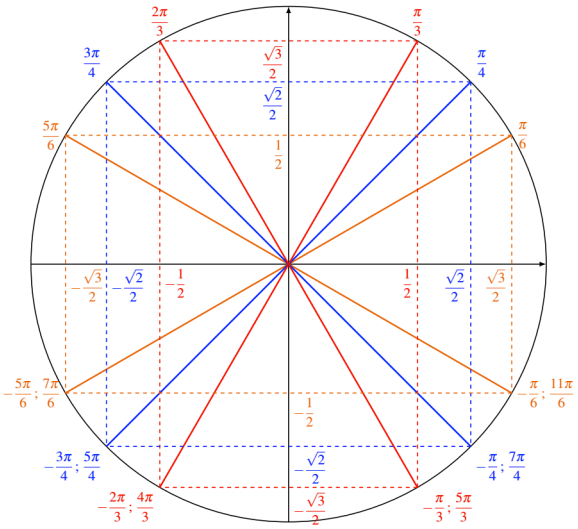
Soit $x \in \mathbb{R}$. Dans un plan muni d'un repère orthonormé direct $(O, \vec{i}, \vec{j})$, on considère le cercle unité $\mathscr{C}$ et M le point de $\mathscr{C}$ tel que l'angle orienté de vecteurs $(\vec{i}, \overrightarrow{OM})$ ait pour mesure x.



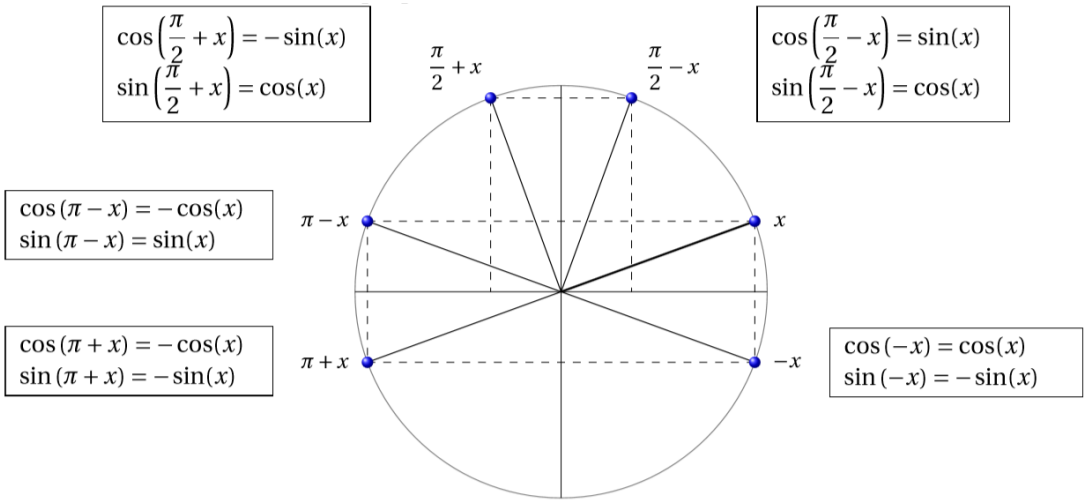
- On appelle *cosinus du réel* x, et on note $\cos(x)$, l'abscisse du point M.
- On appelle *sinus de* x, et on note $\sin(x)$, l'ordonnée du point M.
- Lorsque $x \in \mathbb{R} \setminus \{\frac{\pi}{2} + k\pi,\ k \in \mathbb{Z}\}$, on appelle *tangente de* x, et on note $\tan(x)$, l'ordonnée de P, point d'intersection de la droite (OM) avec la tangente à $\mathscr{C}$ au point A. Par le théorème de Thalès dans le triangle OAP, on obtient $\tan(x) = \frac{\sin(x)}{\cos(x)}$.

Les valeurs remarquables des fonctions trigonométriques sont à connaitre.

x	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	π
$\cos(x)$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	-1
$\sin(x)$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	0
$\tan(x)$	0	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	1	$\sqrt{3}$		0



Il faut également savoir retrouver les relations suivantes par une lecture efficace du cercle trigonométrique.



Propriété 1

- Pour tout $x \in \mathbb{R}$, $\cos(x) \in [-1,1]$ et $\sin(x) \in [-1,1]$.
- Pour tout $x \in \mathbb{R}$: $\cos^2(x)+\sin^2(x)=1$.
- Pour tout $(a,b) \in \mathbb{R}^2$:

$$\cos(a+b)=\cos(a)\cos(b)-\sin(a)\sin(b) \quad ; \quad \sin(a+b)=\sin(a)\cos(b)+\sin(b)\cos(a).$$

Remarque. En prenant $a=b$ dans les formules précédentes, on obtient pour tout $a \in \mathbb{R}$:

À retenir. Formules d'angle double

$$\cos(2a)=\cos^2(a)-\sin^2(a)=2\cos^2(a)-1=1-2\sin^2(a) \quad \text{et} \quad \sin(2a)=2\sin(a)\cos(a).$$

Propriété 2

- La fonction *cosinus* définie sur $\mathbb{R}$ par $x \mapsto \cos(x)$ est paire et 2π-périodique.
- La fonction *sinus* définie sur $\mathbb{R}$ par $x \mapsto \sin(x)$ est impaire et 2π-périodique.
- La fonction *tangente* définie sur $\mathbb{R} \setminus \{\frac{\pi}{2}+k\pi,\ k \in \mathbb{Z}\}$ par $x \mapsto \tan(x)$ est impaire et π-périodique.

